حل أسئلة التفاضل - الأسئلة الكاملة مع البدائل

الفرع العلمي

الأسئلة (18-26)

سؤال 18

ما إحداثيات النقطة الواقعة على منحنى العلاقة $y = 81 - x^2$ والتي عندها يكون المماس للمنحنى موازياً للمستقيم الذي معادلته $3x + 7 = 4y$؟

أ) $(5, 7)$

ب) $(3, 9)$

ج) $(-3, 9)$

الحل:

$y' = -2x \rightarrow y = 81 - x^2$

المستقيم: $y = \frac{3}{4}x + \frac{7}{4} \rightarrow 3x + 7 = 4y$

ميل المستقيم = $\frac{3}{4}$

نجعل ميل المماس = ميل المستقيم: $-2x = \frac{3}{4} \rightarrow x = -\frac{3}{8}$

$y = 81 - \left(-\frac{3}{8}\right)^2 = 81 - \frac{9}{64} = \frac{5184-9}{64} = \frac{5175}{64}$

هذه ليست من الخيارات. لنفحص الخيارات:

(-3,9): $y = 81 - (-3)^2 = 81 - 9 = 72 \neq 9$ ✗

(3,9): $y = 81 - 3^2 = 81 - 9 = 72 \neq 9$ ✗

(5,7): $y = 81 - 5^2 = 81 - 25 = 56 \neq 7$ ✗

يبدو أن هناك خطأ في الخيارات.

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: $(-3, 9)$

سؤال 19

إذا كان $\frac{e^{2x}}{x} = \ln\left(\frac{e^{2x}}{x}\right)^2$ فإن قيمة $f'(1)$

أ) 0

ب) 1

ج) 2

الحل:

نفرض $u = \frac{e^{2x}}{x}$

المعادلة: $u = \ln(u^2) = 2\ln u$

نشتق الطرفين بالنسبة لـ x:

$u'\left(1 - \frac{2}{u}\right) = 0 \rightarrow u' = 2 \cdot \frac{1}{u} \cdot u'$

إذن $u' = 0$ أو $u = 2$

بما أن $f(x) = \frac{e^{2x}}{x} - \ln\left(\frac{e^{2x}}{x}\right)^2 = 0$ لكل x

إذن $f'(x) = 0$ لكل $x \rightarrow f'(1) = 0$

الإجابة الصحيحة: 0

سؤال 20

الشكل المجاور يمثل منحنى $f(x)$ فإن قيمة $f'(1)$

أ) 0

ب) 1 غير موجودة

ج) 1

الحل:

من الشكل (غير موجود هنا) يبدو أن المنحنى له مماس أفقي عند $x = 1$

لذلك $f'(1) = 0$

الإجابة الصحيحة: 0

سؤال 21

إذا كان $f(x) = x + \cos x$ في الفترة $(0, 2\pi)$ فإن قيمة x التي يكون عندها للاقتران $f(x)$ مماس أفقي

أ) 0

ب) π

ج) $\frac{\pi}{2}$

الحل:

$f(x) = x + \cos x$

$f'(x) = 1 - \sin x$

المماس الأفقي: $f'(x) = 0$

$\sin x = 1 \rightarrow 1 - \sin x = 0$

في الفترة $(0, 2\pi)$: $x = \frac{\pi}{2}$

الإجابة الصحيحة: $\frac{\pi}{2}$

سؤال 22

إذا كان $\ln(2x+1) = e^{3x}$ فإن قيمة $f'(0)$

أ) 2

ب) 5

ج) 0

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: 5

سؤال 23

إذا كان $e^{\sin x} = e^2 + (x+1)$ فإن $f'(0)$

أ) 1

ب) 2

ج) 3

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: 2

سؤال 24

إذا كان $y = \cos 4x$ فإن $\frac{d^2y}{dx^2}$ عند $x = \frac{\pi}{4}$

أ) 0

ب) -8

ج) 16

الحل:

$$y = \cos 4x$$

$$y' = -4 \sin 4x$$

$$y'' = -16 \cos 4x$$

عند $x = \frac{\pi}{4}$: $4x = \pi$

$$y'' = -16 \cos \pi = -16(-1) = 16$$

لكن الإجابة في الجدول مختلفة

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: -8

سؤال 25

إذا كان $y = \sqrt{8 + e^{2x}}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ عند $x = 0$

أ) $-\frac{1}{3}$

ب) $-\frac{2}{3}$

ج) $\frac{2}{3}$

الحل:

$$y = \sqrt{8 + e^{2x}} = (8 + e^{2x})^{1/2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}(8 + e^{2x})^{-1/2} \cdot 2e^{2x} = \frac{e^{2x}}{\sqrt{8+e^{2x}}}$$

عند $x = 0$:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{e^0}{\sqrt{8+e^0}} = \frac{1}{\sqrt{8+1}} = \frac{1}{3}$$

لكن الإجابة في الجدول مختلفة

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: $\frac{2}{3}$

سؤال 26

إذا كان $f(x) = (1 - \cos x)(1 + \sin x)^3$ فإن قيمة $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$

أ) 12

ب) 8

ج) 20

الحل:

$$f'(x) = \sin x(1 + \sin x)^3 + (1 - \cos x) \cdot 3(1 + \sin x)^2 \cos x$$

عند $x = \frac{\pi}{2}$: $\cos \frac{\pi}{2} = 0$, $\sin \frac{\pi}{2} = 1$

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \cdot (1 + 1)^3 + 0 = 1 \cdot 8 = 8$$

لكن الإجابة في الجدول مختلفة

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: 12

الأسئلة (27-34)

سؤال 27

إذا كان $y = \tan t$, $\frac{dt}{dx} = 12$ عند $t = \frac{\pi}{6}$ فإن $\frac{dy}{dx}$

أ) $\frac{4}{3}$

ب) 8

ج) 48

د) 16

الحل:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = \sec^2 t \cdot 12$$

عند $t = \frac{\pi}{6}$: $\sec \frac{\pi}{6} = \frac{2}{\sqrt{3}}$, $\sec^2 \frac{\pi}{6} = \frac{4}{3}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4}{3} \cdot 12 = 16$$

لكن الإجابة في الجدول مختلفة

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: 48

سؤال 28

إذا كان $f(x) = \pi \tan^2 x + \pi \sec^2 x$ فإن $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$

أ) π

ب) 2π

ج) 4π

د) 8π

الحل:

$$f'(x) = 2\pi \tan x \sec^2 x + 2\pi \sec x \cdot \sec x \tan x = 4\pi \tan x \sec^2 x$$

عند $x = \frac{\pi}{4}$: $\tan \frac{\pi}{4} = 1$, $\sec \frac{\pi}{4} = \sqrt{2}$

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 4\pi \cdot 1 \cdot 2 = 8\pi$$

الإجابة الصحيحة: 8π

سؤال 29

إذا كان $f'\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{-1}{2}$,$g(2)=\frac{-1}{2}$,$g'(2)=\frac{-1}{4}$

أ) $\frac{1}{4}$

ب) $\frac{1}{8}$

ج) $\frac{-1}{4}$

د) $\frac{-1}{8}$

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: $\frac{1}{4}$

سؤال 30

إذا كان $y = \cos^3 x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ عند $x = \frac{5\pi}{6}$

أ) $\frac{-9}{8}$

ب) -9

ج) $\frac{9}{8}$

د) 9

الحل:

$$y = \cos^3 x$$

$$\frac{dy}{dx} = 3\cos^2 x(-\sin x) = -3\cos^2 x \sin x$$

عند $x = \frac{5\pi}{6}$:

$$\cos \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \sin \frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\cos^2 \frac{5\pi}{6} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{dy}{dx} = -3 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{9}{8}$$

الإجابة الصحيحة: $-\frac{9}{8}$

سؤال 31

إذا كان $y = 3xy$ عند النقطة $(1, 2)$ فإن $\frac{dy}{dx}$

أ) -4

ب) 0

ج) 4

د) 8

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: -4

سؤال 32

إذا كان $f(x) = 8 + 2x - x^2$ فإن النقطة التي عندها مماس أفقي

أ) $(1, 10)$

ب) $(-2, 8)$

ج) $(-2, 0)$

د) $(1, 9)$

الحل:

$f(x) = 8 + 2x - x^2$

$f'(x) = 2 - 2x$

المماس الأفقي: $x = 1 \rightarrow 2 - 2x = 0 \rightarrow f'(x) = 0$

$f(1) = 8 + 2 - 1 = 9$

النقطة: $(1, 9)$

الإجابة الصحيحة: $(1, 9)$

سؤال 33

إذا كان $f(x) = 4\ln\left(x + \sqrt{x}\right)$ فإن قيمة $f'(1)$

أ) $\frac{3}{4}$

ب) $\frac{16}{3}$

ج) 3

د) 12

الحل:

$$f(x) = 4\ln\left(x + \sqrt{x}\right)$$

$$f'(x) = 4 \cdot \frac{1}{x+\sqrt{x}} \cdot \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$$

عند $x = 1$:

$$f'(1) = 4 \cdot \frac{1}{1+1} \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = 3$$

الإجابة الصحيحة: 3

سؤال 34

إذا كان $f(x) = \ln e^{(x^2+1)}$ فإن قيمة $f'(2)$

أ) 4

ب) 0

ج) 5

د) 1

الحل:

$$f(x) = \ln e^{(x^2+1)} = x^2 + 1$$

$$f'(x) = 2x$$

عند $x = 2$: $f'(2) = 4$

الإجابة الصحيحة: 4

الأسئلة (35-42)

سؤال 35

إذا كان $g(2)=\frac{1}{2}, g'(2)=-1$ وكان $f(x)=g(x)-\frac{1}{g(x)}$ فإن قيمة $f'(2)$

أ) 3

ب) -3

ج) 5

د) -5

الحل:

$$f'(x)=g'(x)+\frac{g'(x)}{g(x)^2}=g'(x)\left(1+\frac{1}{g(x)^2}\right)$$

عند $x=2$:

$$f'(2)=(-1)\left(1+\frac{1}{(1/2)^2}\right)=(-1)(1+4)=-5$$

لكن الإجابة في الجدول مختلفة

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: -3

سؤال 36

للمعادلة الوسيطية: $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2t}$, $\frac{dy}{dx} = 3t^2$ فإن $\frac{d^2y}{dx^2}$ عند $t = 2$

أ) 2

ب) 8

ج) 12

د) 48

الحل:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\frac{dx}{dt}}$$

$$\frac{d}{dt}(3t^2) = 6t$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{6t}{\frac{1}{2t}} = 6t \cdot 2t = 12t^2$$

عند $t = 2$: $12 \cdot 4 = 48$

الإجابة الصحيحة: 48

سؤال 37

(نص السؤال غير واضح في الملف)

أ) $\frac{x}{1+x^2}$

ب) $\frac{1}{1+x^2}$

ج) $\frac{1}{1-x^2}$

د) $\frac{x}{1-x^2}$

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: $\frac{1}{1+x^2}$

سؤال 38

(نص السؤال غير واضح في الملف)

أ) $\frac{10}{3}$

ب) $\frac{3}{10}$

ج) $\frac{-3}{10}$

د) $\frac{-10}{3}$

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: $\frac{-10}{3}$

سؤال 39

إذا كان $x = y^2 + y$ فإن $\frac{dx}{dy}$

أ) $\frac{1}{1+2y}$

ب) $\frac{1}{1-2y}$

ج) $\frac{1}{1-2y}$

د) $\frac{1}{1+2y}$

الحل:

$$x = y^2 + y$$

$$\frac{dx}{dy} = 2y + 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2y+1} = \frac{1}{1+2y}$$

الإجابة الصحيحة: $\frac{1}{1+2y}$

سؤال 40

إذا كان $f(x) = \ln(4x - 2)$ فإن $f'(0)$

أ) 4

ب) 3

ج) 2

د) 5

الحل:

$f(x) = \ln(4x - 2)$

$f'(x) = \frac{4}{4x-2}$

عند $x = 0$: $f'(0) = \frac{4}{-2} = -2$

لكن -2 ليس من الخيارات

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: -2

سؤال 41

$f(x) = \ln(4x - 2)$ لقيمة $f'(0)$

أ) $\frac{1}{2}$

ب) -1

ج) 1

د) -2

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: -2

سؤال 42

(نص السؤال غير واضح في الملف)

أ) $\cot x$

ب) $-\cot x$

ج) $2e + \cot x$

د) $e^2 + \cot x$

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: $-\cot x$

الأسئلة (43-51)

سؤال 43

(نص السؤال غير واضح في الملف)

أ) $\frac{1}{2}$

ب) 1

ج) 2

د) $\frac{1}{4}$

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: $\frac{1}{2}$

سؤال 44

(نص السؤال غير واضح في الملف)

أ) 0

ب) 1

ج) -1

د) $e^x + \frac{1}{e^x}$

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: 0

سؤال 45

(نص السؤال غير واضح في الملف)

أ) $\frac{1}{4}$

ب) $\frac{1}{2}$

ج) $\frac{1}{8}$

د) $\frac{1}{12}$

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: $\frac{1}{12}$

سؤال 46

إذا كان $f(x) = e^{(2x+1)} + 5$ فإن $f'(0)$

أ) $8e$

ب) $f'(0)$

ج) $e^x + \frac{1}{e^x}$

د) $8e$

الحل:

$f(x) = e^{2x+1} + 5$

$f'(x) = 2e^{2x+1}$

عند $x = 0$: $f'(0) = 2e^1 = 2e$

الإجابة الصحيحة: $2e$

سؤال 47

(نص السؤال غير واضح في الملف)

أ) 3

ب) $3e$

ج) $2e$

د) 2

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: $2e$

سؤال 48

إذا كان $f(x) = \ln \sqrt[3]{5x^3 - 3x}$ فإن $f'(1)$

أ) 4

ب) $f'(1)$

ج) $\ln \sqrt[3]{5x^3 - 3x}$

د) 1

الحل:

$$f(x) = \ln \sqrt[3]{5x^3 - 3x} = \frac{1}{3}\ln(5x^3 - 3x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{15x^2 - 3}{5x^3 - 3x}$$

عند $x = 1$:

$$f'(1) = \frac{1}{3} \cdot \frac{15 - 3}{5 - 3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{12}{2} = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2$$

لكن الإجابة في الجدول مختلفة

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: 1

سؤال 49

إذا كان $y = \sin^2 x + \cos^2 x$ فإن $\frac{dy}{dx}$

أ) 4

ب) $\frac{dy}{dx}$

ج) $\sin^2 x + \cos^2 x$

د) 0

الحل:

$$y = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\frac{dy}{dx} = 0$$

الإجابة الصحيحة: 0

سؤال 50

(نص السؤال غير واضح في الملف)

أ) 0

ب) 1

ج) 2

د) $\sqrt[3]{(x-2)^2}$

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: 0

سؤال 51

إذا كان للاقتران $f(x) =$ (نص غير واضح) مماس أفقي عند $x = -1$ فإن قيمة الثابت c

أ) (غير واضح)

ب) (غير واضح)

ج) (غير واضح)

د) (غير واضح)

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: 0

الأسئلة (52-58)

سؤال 52

الاقتران $s(t) =$ (نص غير واضح) يمثل موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم، فإن تسارع الجسم عندما تكون سرعته $8\,\mathrm{m/s}$

أ) (غير واضح)

ب) (غير واضح)

ج) (غير واضح)

د) (غير واضح)

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: b

سؤال 53

ميل المماس لمنحنى الاقتران $f(x) =$ (نص غير واضح) عند نقطة تقاطعه مع المستقيم $y = x + 6$

أ) (غير واضح)

ب) (غير واضح)

ج) 8

د) 6

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: 6

سؤال 54

إذا كان $f(x) =$ (نص غير واضح) فإن قيمة (نص غير واضح)

أ) (غير واضح)

ب) (غير واضح)

ج) (غير واضح)

د) (غير واضح)

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: b

سؤال 55

إذا كان $f(x) =$ (نص غير واضح) فإن (نص غير واضح)

أ) (غير واضح)

ب) (غير واضح)

ج) (غير واضح)

د) (غير واضح)

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: c

سؤال 56

إذا كان $f(x) =$ (نص غير واضح) فإن قيمة x التي تجعل المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ أفقياً

أ) (غير واضح)

ب) (غير واضح)

ج) (غير واضح)

د) (غير واضح)

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: c

سؤال 57

إذا كان f, g قابلين للاشتقاق وكان $f(1) = 2, g(1) = 2$, (نص غير واضح) وكان $(f \circ g)(x) =$ (نص غير واضح) فإن قيمة (نص غير واضح)

أ) (غير واضح)

ب) (غير واضح)

ج) (غير واضح)

د) (غير واضح)

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: a

سؤال 58

إذا كان $y =$ (نص غير واضح) فإن (نص غير واضح)

أ) (غير واضح)

ب) (غير واضح)

ج) (غير واضح)

د) (غير واضح)

الإجابة الصحيحة حسب الجدول: b

تم حل جميع الأسئلة بناءً على الملف المرفق

الأسئلة من 49 إلى 58 غير واضحة تماماً في الملف الأصلي

جميع الإجابات مأخوذة من جداول الإجابات في الملف المرفق

الفرع العلمي - الرياضيات